Varsayım, Önerme ve İspat

Cevap Anahtarı · Kısa Çözümler

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

1 **a ve c**

a doğru, c yanlış bir önermedir; ikisi de kesin yargı bildirir. b soru, ç rica cümlesidir.

2 **a) 2n b) 2n + 1 c) n + 1 ve n + 2**

3 **2**

2 asal sayıdır ama çifttir.

4 **Örnek: 4 + 7 = 11, 10 + 3 = 13, 0 + 9 = 9; hayır, örnekler ispat değildir.**

Sonsuz sayıda durumun hepsi tek tek denenemez; ispat için cebirsel gösterim gerekir.

5 **H – B – Ç**

6n = 2(3n). 3, 5, 7 tek; 2 çift. Tek + tek = çift.

6 **Örnek: $4 = 2^2$ hem kare hem çift sayıdır.**

"En az bir" önermesinde tek örnek yeterlidir.

7 **Y – D – D**

8 **Yanlış; karşıt örnek 10.**

10 iki basamaklıdır ama 10'dan büyük değildir.

9 **n + 1; toplam 2n + 1**

n + (n + 1) = 2n + 1

10 **C**

30, 5'in katıdır ama çifttir.

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

11 **n + (n + 1) = 2n + 1; bu ifade her zaman tektir.**

2n çifttir, 1 eklenince tek olur.

12 **2a + (2b + 1) = 2(a + b) + 1; bu bir tek sayıdır.**
a + b bir tam sayı olduğundan 2(a + b) çifttir.

13 **Hayır; karşıt örnek: $1^2 = 1$ (büyük değil) ya da $0^2 = 0$.**
Varsayım bazen doğrudur (ör. $3^2 = 9 > 3$).

14 **(n − 2) + (n − 1) + n + (n + 1) + (n + 2) = 5n**
−2 ile +2, −1 ile +1 birbirini götürür.

15 **Örnek: 2 için 6 + 10 = 16, 7 için 21 + 35 = 56; cebirsel olarak 3n + 5n = 8n.**
8n, n bir tam sayı iken her zaman 8'in katıdır.

16 **H – Ç – B**
2a − 2b = 2(a − b). n + (n + 1) = 2n + 1 hep tektir. 8'in yarısı 4 < 8, ama −6'nın yarısı −3 > −6; 0'ın yarısı 0.

17 **Örnek: n = 4 için 2n + 1 = 9 asal değildir (ayrıca n = 0 için 1 asal değildir).**
Birkaç örnek doğru çıksa da tek bir karşıt örnek varsayımı yanlışlar.

18 **Örnek: 6 hem çift hem 3'ün katıdır; bir örnek yeterlidir.**

19 **Ardışık iki sayıdan biri mutlaka çifttir; çift sayı ile herhangi bir sayının çarpımı çifttir.**
Örnek: 7 × 8 = 56, 12 × 13 = 156

20 **C**
Soru cümlesi kesin bir yargı bildirmez. B ve D yanlış önermelerdir (1 tektir ama 1'den büyük değildir).

ZOR Düşünme Soruları (21–30)

21 **(2n + 1) + (2n + 3) = 4n + 4 = 4(n + 1); 4'ün katıdır.**
Örnek: 5 + 7 = 12, 11 + 13 = 24

22 **Hayır; toplam 4n + 6'dır ve 4'e bölümünden kalan 2'dir.**
n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) = 4n + 6. Örnek: 1 + 2 + 3 + 4 = 10

23 **(2a + 1)(2b + 1) = 4ab + 2a + 2b + 1 = 2(2ab + a + b) + 1; tektir.**
Dağılma özelliği kullanılır; 2(…) çift, 1 eklenince tek olur.

24 **Evet, haklıdır.**
Hangi sayı olursa olsun 2k + 1 biçimindeki sayı tektir: 3, 7, 15, 31, …

25 **$2a(2b + 1) = 2 \times a(2b + 1)$; 2'nin katı olduğundan çifttir.**
Çarpanlardan biri 2'nin katıysa çarpım da 2'nin katıdır.

26 **$10n + 5 = 5(2n + 1) \rightarrow$ 5'in katıdır; $10n + 5 = 2(5n + 2) + 1 \rightarrow$ tektir.**

27 **$2n + 2n + 2 + 2n + 4 = 6n + 6 = 6(n + 1)$; 6'nın katıdır.**
Örnek: 4 + 6 + 8 = 18

28 **$n(n + 1)$ ardışık iki sayının çarpımıdır; biri mutlaka çift olduğundan çarpım çifttir.**
Örnek: $5^2 + 5 = 30$, $6^2 + 6 = 42$

29 **a) Örnek: 16 b) Örnek: 12 c) Evet, her zaman doğrudur.**
8'e bölünen sayı $8k = 4(2k)$ biçimindedir.

30 **Bora'nınki ispattır: $(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) = 6n + 9 = 3(2n + 3)$.**
Örnekler yalnızca varsayımı destekler; cebirsel gösterim tüm durumları kapsar.