Logaritma Fonksiyonu

Cevap Anahtarı · Kısa Çözümler

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

1 **a) $\log_2 32 = 5$ b) $\log 0{,}01 = -2$ c) $3^4 = 81$ ç) $e^0 = 1$**

$a^y = x \Leftrightarrow \log_a x = y$

2 **a) 6 b) -2 c) 3 ç) 1 d) 3**

$2^6 = 64$, $5^{-2} = \frac{1}{25}$, $10^3 = 1000$, $7^1 = 7$, $e^3 = e^3$

3 **a) x = 81 b) x = 7 c) x = 9**

a) $x = 3^4$ b) $x^2 = 49$ ve taban pozitif → $x = 7$ c) $x - 1 = 2^3 = 8$

4 **a) $f^{-1}(x) = \log_2 x$ b) 4 ve -3**

$2^4 = 16$ ve $2^{-3} = \frac{1}{8}$

5 **a) (5, ∞) b) (-∞, 4)**

Logaritması alınan ifade pozitif olmalı: $x - 5 > 0$; $8 - 2x > 0 \rightarrow x < 4$

6 **a) Artan b) Azalan c) Artan ç) Azalan**

Taban 1'den büyükse artan, 0 ile 1 arasındaysa azalandır ($e \approx 2{,}718 > 1$).

7 **a) (1, 0) b) 3 ve -1 c) Kesmez**

$\log_2 1 = 0$; tanım kümesi $\mathbb{R}^+$ olduğundan $x = 0$ için fonksiyon tanımsızdır.

8 **Y – D – D – Y**

Logaritması alınan sayı pozitif olmalıdır; -4 için log tanımsızdır.

9 **4**

$2 + 2 - 0 = 4$

10 **D) 2**

$\log_5 125 = 3$, $\log_5 \frac{1}{5} = -1$

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

11 **B) 6**

$x - 2 > 0$, $x - 2 \neq 1$, $10 - x > 0 \rightarrow 2 < x < 10$, $x \neq 3$. Tam sayılar: 4, 5, 6, 7, 8, 9

12 **a) $f^{-1}(x) = 1 + \log_3(x - 2)$ b) 4**

$y - 2 = 3^{x-1} \rightarrow x - 1 = \log_3(y - 2)$. $f^{-1}(29) = 1 + \log_3 27 = 4$

13 **a) 2 b) (-1, 0)**

$f(5) = \log_2 8 - 1 = 2$. $\log_2(x + 3) = 1 \rightarrow x + 3 = 2 \rightarrow x = -1$

14 **4**

$-1 + b = 1 \rightarrow b = 2$. $\log_a 4 = 2 \rightarrow a = 2$. $f(14) = \log_2 16 = 4$

15 **c < a < b**

$0 < \log_5 3 < 1$; $2 < \log_2 7 < 3$ ($4 < 7 < 8$); $3 < \log_3 30 < 4$ ($27 < 30 < 81$)

16 **64**

$\log_3(\log_4 x) = 1 \rightarrow \log_4 x = 3 \rightarrow x = 4^3 = 64$

17 **a) 4 b) 1000 katı**

b) $10^{-3} \div 10^{-6} = 10^3$

18 **-3**

$a^2 = 9$, $a > 0 \rightarrow a = 3$. $\log_3 3^{-3} = -3$

19 **a) $f^{-1}(x) = e^{x-2} + 1$ b) 2**

$y - 2 = \ln(x - 1) \rightarrow x - 1 = e^{y-2}$. $f^{-1}(2) = e^0 + 1 = 2$

20 **$(-\infty, -1) \cup (5, \infty)$**

$x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) > 0 \rightarrow x < -1$ ya da $x > 5$

ZOR Düşünme Soruları (21–30)

21 **B) 5**

$g(5) = a$ ise $f(a) = 5$: $\log_2(a - 1) = 2 \rightarrow a - 1 = 4 \rightarrow a = 5$

22 **A) $(1, \infty) - \{2\}$**

Her x için $x^2 - 2x + m > 0$: $\Delta = 4 - 4m < 0 \rightarrow m > 1$. Taban: $m - 1 > 0$ ve $m - 1 \neq 1 \rightarrow m \neq 2$

23 **D) 24**

A(3, 1), B(27, 3). AC = 27 − 3 = 24, BC = 3 − 1 = 2. Alan = (24 · 2) ÷ 2 = 24

24 **E) 17**

$\log_2 a = 3 \to a = 8$; $\log_3 b = 2 \to b = 9$

25 **B) 3**

$2^{x+1} = 16 \to x + 1 = 4 \to x = 3$

26 **C) c < b < a**

$\log_{1/2} 3 < 0$ (azalan, 3 > 1); $0 < \log_3 2 < 1$; $\log_2 3 > 1$

27 **D) 7**

$20 \cdot 3^t > 20\,000 \to 3^t > 1000 \to t > \frac{3}{\log 3} \approx \frac{3}{0{,}48} = 6{,}25 \to$ en az 7 hafta

28 **A) −4**

$5 - x > 0$, $x \neq 4$ ve $x^2 > 9 \to x < -3$ ya da $3 < x < 5$ ($x \neq 4$). (3, 5) − {4} aralığında tam sayı yoktur; en büyük tam sayı −4

29 **C) 2**

$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(\ln x + 1) \to f^{-1}(e^3) = \frac{1}{2}(3 + 1) = 2$

30 **E) (2, 1)**

$\log_2 x$ artan, $-x + 3$ azalan olduğundan en fazla bir kesim noktası vardır. $x = 2$ için iki taraf da 1'dir.