Belirli İntegral ve Riemann Toplamı

Çalışma Kâğıdı · 30 Soru · Kolaydan Zora

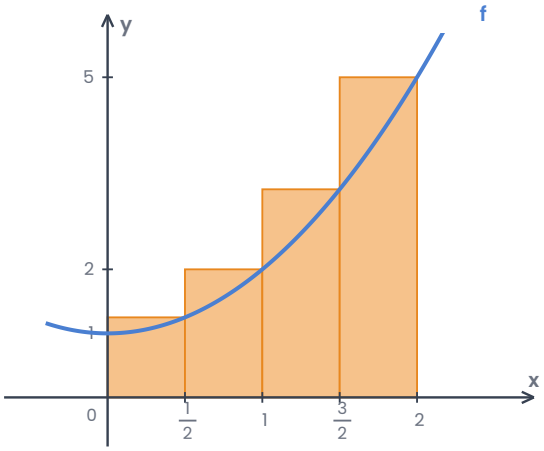
Ad Soyad _____ Sınıf / No _____ Tarih _____

KONU ÖZETİ

- $[a, b]$ aralığı n eşit parçaya bölünür ($\Delta x = \frac{b - a}{n}$). Her parçada seçilen noktadaki fonksiyon değeriyle dikdörtgenler çizilir; alanlar toplamına **Riemann toplamı** denir. n büyüdükçe toplam, eğri altındaki alana yaklaşır.
- Riemann toplamının $n \to \infty$ iken limitine **belirli integral** denir: $\int_a^b f(x)\,dx$.
- **İntegral hesabın temel teoremi:** $F' = f$ ise $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$. Ayrıca $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x)$ olur.
- **Özellikler:** $\int_a^a f\,dx = 0$; $\int_a^b f\,dx = -\int_b^a f\,dx$; $\int_a^b f\,dx = \int_a^c f\,dx + \int_c^b f\,dx$; $\int_a^b (k \cdot f \pm g)\,dx = k\int_a^b f\,dx \pm \int_a^b g\,dx$.
- Parçalı fonksiyonun integrali, aralık kırılma noktalarından bölünerek hesaplanır. Pozitif fonksiyonun belirli integrali, grafik ile x ekseni arasındaki alana eşittir.

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

1 Şekilde $f(x) = x^2 + 1$ fonksiyonunun $[0, 2]$ aralığı 4 eşit parçaya bölünerek parçaların **sağ uç** noktalarına göre dikdörtgenler çizilmiştir. Dikdörtgenlerin alanları toplamını bulunuz.

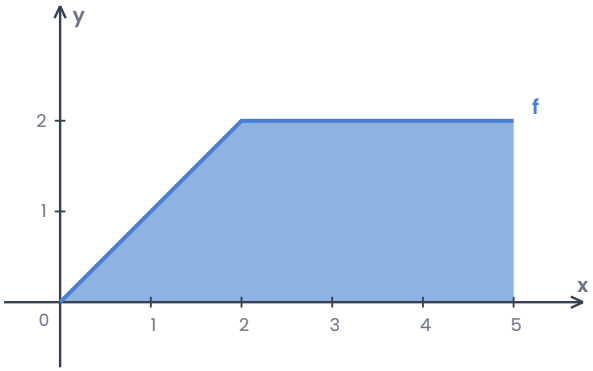


2 $\int_1^3 (2x + 1)\,dx$ integralini hesaplayınız.

3 $\int_0^2 (3x^2 - 4x + 1)\,dx$ integralini hesaplayınız.

4 Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.
a) $\int_3^3 (x^5 + 7)\,dx$ b) $\int_0^1 5\,dx$ c) $\int_{-1}^1 x\,dx$

5 Şekilde grafiği verilen f fonksiyonu için $\int_0^5 f(x)\,dx$ integralinin değerini alan yardımıyla bulunuz.



6 $\int_2^5 f(x)\,dx = 7$ olduğuna göre $\int_5^2 f(x)\,dx$ ve $\int_2^5 3f(x)\,dx$ integrallerini bulunuz.

7 $F(x) = \int_1^x (t^2 + 2t)\,dt$ olduğuna göre $F'(2)$ kaçtır?

8 Aşağıdaki ifadelerin doğru (D) ya da yanlış (Y) olduğunu belirtiniz.
(…) Belirli integralin sonucu bir sayıdır.
(…) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(t)\,dt$
(…) Riemann toplamında parça sayısı arttıkça toplam gerçek alana yaklaşır.
(…) $\int_0^2 x^2\,dx = 4$

9 $\int_1^4 \sqrt{x}\,dx$ integralini hesaplayınız.

10 $\int_{-1}^2 (x^2 + 1)\,dx$ integralinin değeri kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

11 $f(x) = \{ x + 1, x < 1 \text{ ise}; \ 2x, x \geq 1 \text{ ise} \}$ fonksiyonu için $\int_0^3 f(x)\,dx$ integralini hesaplayınız.

12 $\int_0^2 f(x)\,dx = 5$ ve $\int_0^5 f(x)\,dx = 12$ olduğuna göre $\int_2^5 f(x)\,dx$ kaçtır?

13 $f(x) = 2x$ fonksiyonunun $[0, 3]$ aralığını 3 eşit parçaya bölüp **sol uç** noktalarını kullanarak Riemann toplamını hesaplayınız. Bu değeri $\int_0^3 2x\,dx$ ile karşılaştırınız.

14 $\int_0^1 x(x^2 + 1)^3\,dx$ integralini hesaplayınız.

15 $a > 0$ olmak üzere $\int_0^a (2x - 1)\,dx = 6$ olduğuna göre a kaçtır?

16 $\int_{-2}^2 (x^3 + 3x^2)\,dx$ integralini hesaplayınız.

17 $\int_0^3 (x^2 - 2x)\,dx = 0$ olduğu hâlde $f(x) = x^2 - 2x$ fonksiyonunun grafiği ile x ekseni arasında alan vardır. Bunu nasıl açıklarsınız?

18 $\int_1^3 f(x)\,dx = 4$ olduğuna göre $\int_1^3 (2f(x) + 3x)\,dx$ kaçtır?

19 Bir aracın hızı $v(t) = 3t^2 + 2$ (m/s) olduğuna göre aracın 1. ve 3. saniyeler arasında aldığı yolu bulunuz.

20 $F(x) = \int_2^x (t^3 + 1)\,dt$ olsun. $F(2)$ ve $F'(1)$ değerlerini bulunuz.

ZOR Düşünme Soruları (21–30)

21 $k > 0$ olmak üzere $\int_0^k (3x^2 - 2x)\,dx = 4$ olduğuna göre k kaçtır?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

22 $f(x) = \{ x^2, x \le 1 \text{ ise; } 2x - 1, x > 1 \text{ ise } \}$ olduğuna göre $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx$ kaçtır?

A) 6

B) $\frac{19}{3}$

C) $\frac{20}{3}$

D) 7

E) $\frac{22}{3}$

23 $f(x) = \int_{0}^{x} (t - 1)(t - 3)\,dt$ fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{2}{3}$

C) 1

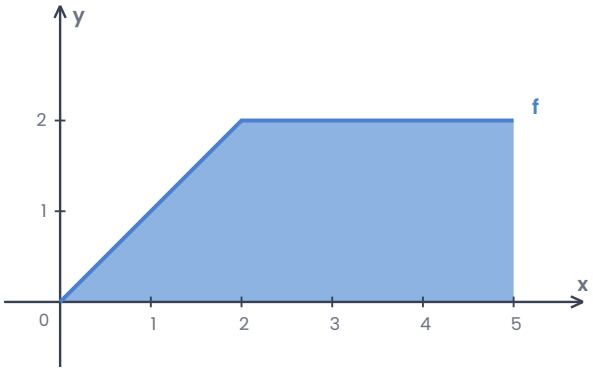
D) $\frac{4}{3}$

E) 2

24 f türevlenebilir, $\int_{0}^{2} f'(x)\,dx = 5$ ve $f(0) = 3$ olduğuna göre $f(2)$ kaçtır?

A) 5 B) 8 C) 10 D) 13 E) 15

25 Şekilde grafiği verilen f fonksiyonu için $\int_0^5 (2f(x) - 1)\,dx$ kaçtır?



A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

26 $f(x) = 3x^2 + 2\int_0^1 f(t)\,dt$ eşitliğini sağlayan f fonksiyonu için $f(1)$ kaçtır?

A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

27 $\lim_{x\to 2} (1 \div (x - 2)) \cdot \int_2^x \sqrt{(t^2 + 5)}\,dt$ limitinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) 3 E) 9

28 $\lim_{n\to\infty} \Sigma\, (\frac{k}{n})^2 \cdot \frac{1}{n}$ (k = 1'den n'ye) limitinin değeri aşağıdaki belirli integrallerden hangisine eşittir?

A) $\int_0^1 x^2\,dx$ B) $\int_0^1 x\,dx$ C) $\int_1^2 x^2\,dx$ D) $\int_0^n x^2\,dx$ E) $\int_0^1 2x\,dx$

29 $F(x) = \int_2^x (t^3 - 4t)\,dt$ fonksiyonunun kaç tane yerel ekstremum noktası vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

30 $\int_1^4 \frac{x+2}{\sqrt{x}}\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{26}{3}$

B) $\frac{28}{3}$

C) 10

D) $\frac{32}{3}$

E) 12

Takıldığın soruyu işaretle, konu özetine tekrar göz at. Başarılar!
Diğer konuların çalışma kâğıtları ve deneme sınavları: **maarifpdf.com.tr**