Anlık Değişim Oranı ve Türev

Çalışma Kâğıdı · 30 Soru · Kolaydan Zora

Ad Soyad _____ Sınıf / No _____ Tarih _____

KONU ÖZETİ

- f fonksiyonunun [a, b] aralığındaki **ortalama değişim oranı** $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ olur. Bu oran grafiğin (a, f(a)) ve (b, f(b)) noktalarından geçen kesenin eğimidir.
- Aralık küçültülerek bulunan limite **anlık değişim oranı (türev)** denir: $f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ olarak tanımlanır.
- $f'(a)$, grafiğin x = a apsisli noktasındaki **teğetinin eğimidir**. Konum fonksiyonunun türevi hız, hızın türevi ivmedir.
- $\lim_{h \to 0^-}$ ve $\lim_{h \to 0^+}$ ile **soldan türev** ve **sağdan türev** bulunur; ikisi eşitse f, a'da türevlidir. Türevli fonksiyon süreklidir; tersi her zaman doğru değildir.
- Grafikte **süreksizlik**, **kırılma (köşe)** ya da **düşey teğet** bulunan noktalarda fonksiyon türevlenemez.

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

1 $f(x) = x^2 + 1$ fonksiyonunun [1, 3] aralığındaki ortalama değişim oranını bulunuz.

2 Bir fidanın boyu dikildikten t ay sonra $h(t) = 2t + 30$ (cm) olarak ölçülmektedir. 3. ay ile 8. ay arasında boyun ortalama değişim oranı kaç cm/ay'dır?

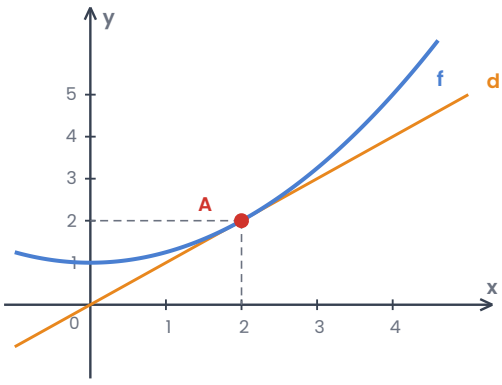
3 $f(x) = 5x - 3$ fonksiyonu için $f'(x)$ ifadesini türevin tanımıyla bulunuz.

4 $f(x) = 7$ sabit fonksiyonunun herhangi bir noktadaki türevi kaçtır? Grafik yorumuyla açıklayınız.

5 $f(x) = 3x^2$ fonksiyonu için $f'(2)$ değerini türevin tanımını kullanarak bulunuz.

6 $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 6$ olduğuna göre $f'(1)$ kaçtır? Bu sayı grafikte neyi gösterir?

7 Şekilde f fonksiyonunun grafiği ile grafiğe A(2, 2) noktasında teğet olan d doğrusu (y = x) verilmiştir. $f'(2)$ kaçtır?



8 Aşağıdaki ifadelerin doğru (D) ya da yanlış (Y) olduğunu belirtiniz.
(…) Bir noktada türevli olan fonksiyon o noktada süreklidir.
(…) Bir noktada sürekli olan fonksiyon o noktada türevlidir.
(…) $f(x) = |x|$ fonksiyonu x = 0'da türevli değildir.
(…) Doğrusal fonksiyonun türevi eğimine eşittir.

9 Doğrusal bir yolda ilerleyen aracın konumu $s(t) = 4t^2$ (metre, t saniye) ile veriliyor. [1, 3] zaman aralığındaki ortalama hızı bulunuz.

10 $f(x) = x^2$ fonksiyonunun $x = 3$ apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

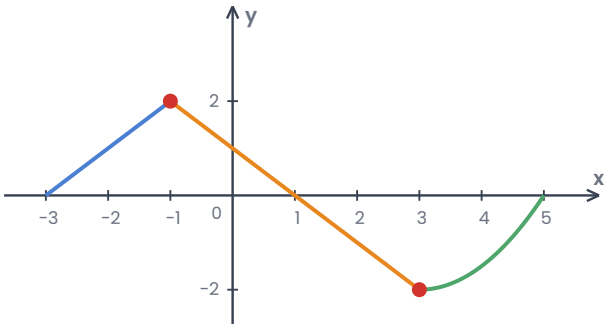
11 Bir cismin t saniyedeki konumu $s(t) = t^2 + 3t$ (metre) ile veriliyor.
a) [2, 4] aralığındaki ortalama hızını bulunuz.
b) $t = 2$ anındaki anlık hızını türevin tanımıyla bulunuz.

12 $f(x) = \frac{1}{x}$ fonksiyonu için $f'(2)$ değerini türevin tanımıyla bulunuz.

13 $f(x) = |x - 2|$ fonksiyonunun $x = 2$'deki soldan ve sağdan türevlerini bulunuz. f, $x = 2$'de türevli midir?

14 $\lim_{x \to 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = -2$ ve $f(3) = 5$ olduğuna göre $f'(3)$ kaçtır? f'nin $x = 3$ apsisli noktadaki teğeti hangi noktadan geçer?

15 Grafiği verilen f fonksiyonunun $(-3, 5)$ aralığında türevlenemediği noktaları bulunuz ve nedenlerini yazınız.



16 $f(x) = \sqrt{x}$ fonksiyonu için $f'(4)$ değerini türevin tanımıyla bulunuz.

17 $f(x) = \{ x^2 + a, x \leq 1 \text{ ise}; \ bx + 2, x > 1 \text{ ise} \}$ fonksiyonu $x = 1$'de türevli olduğuna göre a ve b kaçtır?

18 Bir havuzdaki su miktarı t dakika sonra $V(t) = 500 - 4t^2$ litredir. t = 5. dakikadaki anlık değişim oranını bulunuz ve yorumlayınız.

19 $f(x) = x^3$ fonksiyonunun [0, 2] aralığındaki ortalama değişim oranı ile x = 1'deki anlık değişim oranını karşılaştırınız.

20 $f(x) = x^2 - 2x$ fonksiyonunun [0, 4] aralığındaki ortalama değişim oranı, hangi noktadaki anlık değişim oranına eşittir?

ZOR Düşünme Soruları (21–30)

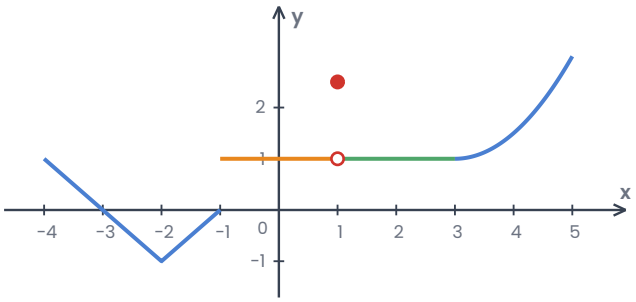
21 f türevlenebilir bir fonksiyon ve $f'(2) = 5$ olduğuna göre $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+3h) - f(2)}{h}$ kaçtır?

A) $\frac{5}{3}$
B) 5
C) 8
D) 15
E) 25

22 $f(x) = x \cdot |x|$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $f'(0) = 0$'dır.
B) f, x = 0'da sürekli ama türevsizdir.
C) f, x = 0'da süreksizdir.
D) $f'(0) = 1$'dir.
E) Soldan türev -1'dir.

23 Grafiği verilen f fonksiyonunun (-4, 5) aralığında türevlenemediği kaç nokta vardır?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

24 f türevlenebilir bir fonksiyon, $f(1) = 3$ ve $f'(1) = 2$ olduğuna göre $\lim_{x \to 1} \frac{f^2(x) - 9}{x - 1}$ kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 9 D) 12 E) 18

25 $y = 3x - 2$ doğrusu, f fonksiyonunun grafiğine $x = 1$ apsisli noktada teğettir. Buna göre $\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$ kaçtır?

A) -2 B) 1 C) 2 D) 3 E) Yoktur

26 Bir parçacığın konumu $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ (metre) ile verilmiştir. Anlık hızın sıfır olduğu anların toplamı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

27 $f(x) = \{ x^2, x \leq 2$ ise; $4x - 4, x > 2$ ise $\}$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) f, $x = 2$'de süreksizdir.
B) f, $x = 2$'de sürekli fakat türevsizdir.
C) $f'(2) = 4$'tür.
D) $f'(2) = 2$'dir.
E) Sağdan türev 2'dir.

28 $f(x) = ax^2 + bx$ fonksiyonunun $[1, 3]$ aralığındaki ortalama değişim oranı 10, $x = 1$'deki anlık değişim oranı 6'dır. **a + b** kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

29 $f(x) = x^3 - 2x$ fonksiyonunun grafiğinin, teğeti $y = x + 5$ doğrusuna paralel olan noktalarının ordinatları toplamı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

30 $f(x) = \sqrt{(x + 5)}$ fonksiyonunun $x = 4$ apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{2}$

D) 3

E) 6

Takıldığın soruyu işaretle, konu özetine tekrar göz at. Başarılar!
Diğer konuların çalışma kâğıtları ve deneme sınavları: **maarifpdf.com.tr**