Referans Fonksiyonlardan Türetilen Fonksiyonların Tersleri

Cevap Anahtarı · Kısa Çözümler

KOLAY Isınma Soruları (1–10)

1 **$f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$**

$y = 2x + 3 \rightarrow x = \frac{y-3}{2}$; x ile y yer değiştirir.

2 **$f^{-1}(x) = 4x + 20$**

$y = \frac{x}{4} - 5 \rightarrow \frac{x}{4} = y + 5 \rightarrow x = 4y + 20$

3 **3**

$f(a) = b$ ise $f^{-1}(b) = a$

4 **$f^{-1} = \{(4, 1), (6, 2), (9, 3)\}$**

Her sıralı ikilinin bileşenleri yer değiştirir.

5 **(5, 2)**

f ve f^{-1} grafikleri y = x doğrusuna göre simetriktir.

6 **Y – D – D – D**

Örneğin $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ bire bir olmadığından tersi fonksiyon değildir.

7 **$f^{-1}(0) = 2$ $f^{-1}(3) = 3$**

$f(a) = 0 \rightarrow 3a - 6 = 0 \rightarrow a = 2$. $f(b) = 3 \rightarrow 3b = 9$

8 **$f^{-1}(x) = x - 7$; grafikler y = x doğrusuna göre simetriktir.**

$y = x + 7 \rightarrow x = y - 7$

9 **a) Evet b) Hayır**

a) Bire bir ve örtendir. b) $g(-1) = g(1)$; bire bir değildir (ayrıca örten değildir).

10 **E) $f^{-1}(x) = \frac{5-x}{2}$**

$y = 5 - 2x \rightarrow 2x = 5 - y \rightarrow x = \frac{5-y}{2}$

ORTA Pekiştirme Soruları (11–20)

11 **$g(x) = f^{-1}(x) = \sqrt{x}$**

$x \geq 0$ için $y = x^2 \rightarrow x = \sqrt{y}$

12 **$f^{-1}(x) = \sqrt{(x-2)} + 1$**

$y - 2 = (x-1)^2 \rightarrow x - 1 = \sqrt{(y-2)}$ ($x \geq 1$ olduğundan pozitif kök)

13 **$f^{-1}: [-1, \infty) \rightarrow [-3, \infty), f^{-1}(x) = (x+1)^2 - 3$**

$y + 1 = \sqrt{(x+3)} \rightarrow x + 3 = (y+1)^2$

14 **$f^{-1}(x) = \frac{2}{x-3} + 1$**

$y - 3 = \frac{2}{x-1} \rightarrow x - 1 = \frac{2}{y-3} \rightarrow x = \frac{2}{y-3} + 1$

15 **a) $C(F) = (F - 32) \div 1{,}8$ b) 30 °C**

b) $(86 - 32) \div 1{,}8 = 54 \div 1{,}8 = 30$

16 **$a = \frac{1}{2}, b = 3$**

f, f^{-1}'in tersidir: $y = 2x - 6 \rightarrow x = \frac{y+6}{2} \rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + 3$

17 **4**

$f(1) = 3$. $f^{-1}(3) = a$ ise $4a - 1 = 3 \rightarrow a = 1$. $1 + 3 = 4$

18 **$f^{-1}: [1, 7] \rightarrow [2, 5], f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$**

$f(2) = 1$, $f(5) = 7$; f artan, bire bir ve örtendir.

19 **a) 2 ve 0 b) $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{2}$**

$f(x) = 2x - 2$. $y = 2x - 2 \rightarrow x = \frac{y+2}{2}$

20 **a) $f^{-1}(x) = \frac{x-20}{15}$ b) 6 km**

b) $(110 - 20) \div 15 = 6$

ZOR Düşünme Soruları (21–30)

21 **B) -1**

$f(2) = 10 \rightarrow 6 + a = 10 \rightarrow a = 4$. $f(b) = 1 \rightarrow 3b + 4 = 1 \rightarrow b = -1$

22 **C) 2**

$2x - 1 = t \rightarrow x = \frac{t+1}{2}$; $f(t) = 3(t + 1) + 5 = 3t + 8$. $3a + 8 = 14 \rightarrow a = 2$

23 **B) 5**

$(a - 2)^2 + 1 = 10 \rightarrow a - 2 = 3\ (a \geq 2) \rightarrow a = 5$

24 **C) -1**

$f(a) = 0 \rightarrow \frac{1}{a+2} = 1 \rightarrow a = -1$. $(f^{-1}(x) = \frac{1}{x+1} - 2)$

25 **(3, 3); y = x doğrusu üzerinde**

$f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$. $2x - 3 = \frac{x+3}{2} \rightarrow 4x - 6 = x + 3 \rightarrow x = 3$. Artan f için kesim noktası y = x üzerindedir: $2x - 3 = x$

26 **a) Tanım kümesi [2, ∞), görüntü kümesi [1, ∞) b) 10**

b) $\sqrt{(a - 1)} + 2 = 5 \rightarrow a - 1 = 9$

27 **$t(V) = \frac{V-50}{8}$; 10 dakika**

$(130 - 50) \div 8 = 10$

28 **A) 5**

$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2} \rightarrow f^{-1}(5) = 2$. $g(5) = 2 + 3$

29 **a = 4**

$f(4) = 3 \rightarrow \frac{a}{2} + 1 = 3$

30 **D) $f(x) = x^2\ (x \geq 0)$ ile $g(x) = \sqrt{x}\ (x \geq 0)$**

Grafikleri y = x'e göre simetrik olan fonksiyonlar birbirinin tersidir; $x \geq 0$ için x^2 ile $\sqrt{x}$ birbirinin tersidir.